1:

Buenos días,

Somos el grupo formado por Diego José Abengózar (habla dj) y Alejandro García (habla alex) y vamos a realizar la presentación donde abordaremos el Problema de la Decisión de Grupo.

2:

Partiremos de una introducción, donde veremos cual es el problema al que nos enfrentamos.

Intentaremos modelizar y resolverlo desde un punto de vista de las matemáticas, para después ver cómo podemos implementarlo (en nuestro caso con Matlab), para por último ver algún ejemplo representativo.

3 y 4:

El problema de decisión de grupos es un problema que aparece en gran cantidad de campos, donde lo que se busca es ordenar un conjunto de alternativas A sub 1 … A sub N, en base de las opiniones individuales de varios expertos, las cuales, denominaremos E sub i.

5:

Partimos de una gran cantidad de preferencias expresadas por los expertos, y queremos poder usar algún de método que nos permita inducir un ranking sobre las alternativas.

Para ello obtendremos un vector de prioridad, w (omega), donde su componente w sub i refleja la prioridad de la alternativa Ai. A partir de dicho vector obtenemos el ranking al ordenar las alternativas en función de su peso.

Debido a la complejidad de evaluar las opiniones de los expertos de un gran número de alternativas, consideraremos que expresan sus opiniones mediante matrices de comparación por pares.

6:

Pero ¿qué son las matrices de comparación por pares y porqué nos interesa modelizar la opinión de los expertos de esta manera?

7:

Una matriz en la que cada elemento, m i j, es una estimación de la proporción de importancia entre la alternativa Ai y Aj

Vamos a ver cómo expresamos numéricamente esa “importancia”.

8:

Para ello, la escala de Saaty es ampliamente utilizada.

Esta nos permite cuantificar el peso de una opción frente a otra mediante un número del 1 al 9 (y sus recíprocos).

Este rango numérico está basado en estudios psicológicos que demuestran la dificultad para comparar más de 9 objetos a la vez.

9:

Aquí tenemos la tabla que representa los significados que le da Saaty a cada uno de los diferentes valores de la escala.

(Imaginemos que tenemos la alternativa A1 representa ir en autobús a la universidad mientras que la alternativa A2 representa ir en metro.)

Si consideramos que son alternativas similares pondremos un valor cercano a 1 y si hay evidencias claras que una opción es mucho más preferible que la otra, entonces tomará un valor cercano a 9.

10:

Además de permitirnos modelizar las opiniones de los expertos, estas matrices tienen las siguientes propiedades:

* Las matrices de comparación por pares son cuadradas (pues para cada opinión (Ai respecto Aj) tenemos también la opinión inversa? (Aj respecto a Ai)
* Sus componente son positivas.
* Es recíproca, es decir, la opinión de la preferencia de Ai respecto a Aj es coherente con la de Aj respecto a Ai. Esto se dará si m i j por m j i es igual a 1 para todo i j.
* Los elementos de la diagonal son 1.

Además es consistente si se verifica m i j \* m j k = m i k, que es como una especie de propiedad “transitiva” Veremos que las matrices que cumplan dicha propiedad induciran a menos errores que las que no la cumplen.

11:

Precisamente, para poder evaluar como de consistente son nuestras matrices definimos el índice de consistencia:

LEER FÓRMULA.

Cuanto más cercano a 0, más consistente es la matriz y cuanto mayor sea el valor nos indicará mayor grado de inconsistencia en los juicios recogidos en dicha matriz.

12 y 13:

Vamos a plantear el modelo matemático para resolver el problema.

A partir de la información expresada por los expertos en Matrices de Comparación por Pares, queremos proporcionar un vector de pesos que refleje lo mejor posible las preferencias de los expertos.

Nos encontramos con los problemas de que las matrices pueden ser no consistentes, que las opiniones de los expertos pueden ser discrepantes y que los expertos pueden no tener información sobre todas las alternativas.

14:

Vamos a suponer que no tenemos todos estos problemas que acabamos de comentar y tenemos una matriz consistente por cada experto. En este caso se va a cumplir el teorema de Saaty:

ENUNCIAR TEOREMA

Además podemos observar que la matriz es consistente cuando su autovalor dominante sea igual a su orden. Lo cual es coherente con la definición que vimos del índice de consistencia.

15:

Suponiendo además que las opiniones de los expertos son las mismas, entonces podríamos hallar el vector de pesos a partir del sistema no lineal de ecuaciones: LEER FORMULA. Esto se debe a que por el teorema de Saaty podemos representar las matrices de los expertos de la siguiente forma.

Además podemos normalizar el vector para tener una solución única.

Sin embargo veremos que en la mayoría de los casos tendremos que los expertos difieren en sus opiniones y tendremos que usar otros métodos para obtener una posible solución a nuestro problema.

16:

Como hemos comentado, también puede darse el caso que algún experto no quiera o no pueda proporcionar algún dato. Esto nos dará lugar a tener matrices incompletas.

Aprovechando que los valores de las MCP son positivos, utilizaremos el 0 como indicador de falta de un dato y esto se verá reflejado en que no añadiremos su ecuación correspondiente al sistema.

17 y 18:

Como ya planteamos anteriormente, en problemas reales, atendiendo a la complejidad del problema y a la subjetividad inherente a los juicios humanos, las matrices de comparación por pares pueden carecer de la propiedad de consistencia,

(ya sea por la dificultad de cuantiﬁcar numéricamente la información de preferencias de manera precisa,

por vaguedad o imprecisión en los juicios,

o por falta de información.)

Además, las preferencias expresadas por los distintos expertos pueden ser discrepantes (atendiendo a sus distintos campos de especialización, conocimiento, etc.) e incompletas.

Esto nos dará lugar a sistemas que no tienen solución (en la mayoría de los casos). Es por esto que tenemos que buscar la mejor solución respecto de algún criterio. Nosotros nos centraremos en buscar el vector de pesos que minimice la distancia entre m ij y wi/wj.

Veremos que el resultado que obtengamos dependerá de qué métrica que usemos.

19:

De esta forma, vamos a buscar los w1, …, wn positivos que mejor ajustan los datos mᵏi j, es decir, las preferencias de los expertos, teniendo en cuenta a todos ellos, para una determinada métrica p:

Nosotros nos vamos a centrar en las métricas p = 2 y p = 1

20:

Pasamos ahora a ver diferentes modelos computacionales para poder obtener la solución a nuestro problema que mejor se ajuste dependiendo de la métrica utilizada.

21 y 22:

En la métrica 2 buscamos los w1,… , wn positivos que mejor ajustan los datos mi j teniendo en cuenta todos los expertos, en el sentido de mínimos cuadrados.  
Como es un problema no lineal, usamos 2 técnicas para poder linealizarlo: transformación logarítmica y convertir el problema en un problema ponderado.

23 y 24:

LEER DIAPOS

25 y 26:

LEER DIAPOS

Cabe destacar que con la transformación logarítmica, al ser una isometría, conserva las distancias y por tanto es equivalente al problema original, mientras que el caso ponderado se resuelve un problema en el que el resultado puede diferir ligeramente de nuestro problema original.

27 y 28:

En la métrica 1, buscamos los w1,… , wn positivos que mejor ajustan los datos mi j en el sentido que minimicen la métrica vectorial 1. Volvemos a utilizar las 2 técnicas anteriores para linealizar el problema, y como además no es diferenciable, los transformaremos a un problema de programación lineal introduciendo variables auxiliares.

29 y 30:

LEER DIAPOS

31 y 32:

LEER DIAPOS

Las diferencias entre el problema ponderado y la transformación logarítmica también aplican en esta métrica.

33 y 34:

Vamos a utilizar varios criterios para analizar los resultados proporcionados por los métodos.

Norma Frobenius  
Norma 1  
Norma Infinito

Estos errores nos da idea de cómo difiere la opinión global que hemos obtenido respecto a los expertos. De forma que vemos si nuestra solución representa la visión de grupo en función de cada una de las métricas.

Además, para que no influya el hecho de que hay expertos que no proporcionan todos los datos, los errores se relativizan al número de datos conocidos.

35:

También podemos extraer los errores de cada experto respecto a la solución para poder compararlos.

De forma que vemos si nuestra solución representa la visión de cada experto en función de cada una de las métricas.

36 y 37:

Primero se presenta un ejemplo ilustrativo ideal

donde hay unanimidad en las preferencias de los expertos y las matrices son consistentes

38:

Estos son los resultados tras aplicar los métodos.

Observamos que al ser el caso ideal que comentábamos al principio de la presentación, los cinco métodos nos dan el mismo resultado y contienen errores bastantes parecidos y prácticamente despreciables, ya que se aproximan a la precisión máxima de la máquina, pudiéndose considerar 0.

39:

En la figura se comparan los errores de los distintos expertos. Para todos los métodos obtenemos los mismos resultados. Esto se debe a que los errores son 0 y el grado de satisfacción de cada experto con la solución es del 100%

40:

Vemos que los expertos no tienen las mismas opiniones (basta ver que las matrices son completamente diferentes), las matrices son inconsistentes (ej: m1,3 \* m3,4 = 1/63 pero m1,4 = 1/5) e incompletas (ej: m1,2 y m2,1 del experto 1 son 0).

Aún siendo incompleta, observamos en el grafo de la matriz que es simplemente conexa.

41 y 42:

Observamos que todos los métodos dan como mejor alternativa la opción 4. En el ranking solo vemos diferencias entre los métodos que minimizan métrica 2 y métrica 1 en las últimas alternativas.

La métrica 2, al elevar al cuadrado, hace que las opiniones más discrepantes se vean magnificadas, mientras que en la métrica 1 se vea una opinión más “general”. En este ejemplo podemos ver que la alternativa 3 sale por delante de la 1 en los métodos que minimizan la métrica 2, mientras que en los de la métrica 1 no llega a darse esta diferencia.

Además, como era de esperar, los métodos que buscan minimizar la métrica 2 obtienen un error menor en la norma frobenius y los que minimizan la métrica 1 obtienen un error menor en la norma 1, respecto a los otros métodos.

43:

En esta diapositiva vemos reflejadas las diferencias entre los métodos de métrica 1 y 2: el experto 3 es muy discrepante con los otros dos; sin embargo esta discrepancia en la métrica 1 tiene menos importancia que la métrica 2.

Esto sucede ya que en los métodos que minimizan la métrica uno se tiene un mayor error en E3 que con los métodos que minimizan la métrica 2.

Además, vemos que el experto que mejor ve reflejada sus preferencias en w es E2 en para p = 2 y E1 para p = 1. El más discrepante en ambas el E3.

Conclusiones:

En el trabajo se han presentado métodos de ajuste de datos para abordar el problema de decisión de grupo.

Estos proporcionan el vector de prioridad de las alternativas consideradas que mejor refleja (en un sentido preciso) las preferencias expresadas por 1 o varios expertos.

Los métodos presentados permiten:

- Tratar con matrices inconsistentes.

- Matrices incompletas.

- Diferentes preferencias de los expertos.

- Del modelo analítico de ajuste de datos se derivan métodos computacionales para calcular la solución. Estos métodos se han implementado con Matlab.

- Se proporcionan medidas de análisis de la solución.

Referencias y Anexo:

Aquí están disponibles tanto las referencias como el código de Matlab que hemos usado a lo largo de este proyecto.

Muchas gracias por vuestra atención.